

13 - лекция

13 Бернулли теңдеуі және толық дифференциалды теңдеулер.

13.1 Бернулли теңдеуі

Анықтама .

$$y' + P(x)y = Q(x) \cdot y^\alpha$$

түріндегі дифференциалдық теңдеу Бернулли теңдеуі деп аталады, мұндағы $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$, $P(x), Q(x)$ - қандай да бір кесіндіде үзіліссіз функциялар. Бұл теңдеу $u = y^{1-\alpha}$ айнымалысын ауыстыру көмегімен сызықты теңдеуге келтіріледі

17.3 мысал. $y' + xy = -x \cdot y^2$ Бернулли теңдеуін сызықты теңдеуге келтір.

Шешуі:

$$\begin{aligned} \alpha = 2 \Rightarrow u = y^{1-\alpha} = \frac{1}{y} \Rightarrow u' = -\frac{1}{y^2} y' \Rightarrow y' = -y^2 \cdot u' \Rightarrow y' = -\frac{u'}{u^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow -\frac{u'}{u^2} + \frac{x}{u} = -\frac{x}{u^2} \Rightarrow -u' + xu = -x \Rightarrow u' - xu = x. \end{aligned}$$

13.2 Толық дифференциалды теңдеулер

Анықтама. Егер толық дифференциалы қандай да бір облыста теңдеудің сол жағындағы өрнекке тең болатын $u(x; y)$ функциясы табылса, онда

$$M(x, y)dx + N(x, y) = 0 \quad (1)$$

түріндегі дифференциалдық теңдеу толық дифференциалды теңдеу деп аталады.

Сонымен,

$$Mdx + Ndy \equiv du(x) = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = 0 \quad (2)$$

Теорема. $M(x; y), N(x; y)$ үзіліссіз және дифференциалданатын функция және $\frac{\partial M}{\partial y}$ пен

$\frac{\partial N}{\partial x}$ қандай да бір облыста үзіліссіз болсын. (1) теңдеуі толық дифференциалды теңдеу болуы үшін:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad (3)$$

шарты орындалуы қажетті және жеткілікті. Және жалпы интеграл мына түрде жазылады:

$$\int_{x_0}^x M(x; y)dx + \int_{y_0}^y N(x_0; y)dy = C, \quad (4)$$

немесе:

$$\int_{x_0}^x M(x, y_0)dx + \int_{y_0}^y N(x, y)dy = C, \quad (5)$$

мұндағы $M_0(x_0, y_0) \in D$.

Әдебиеттер

1. Хисамиев Н.Г. Тыныбекова С.Д. Конарханова А.А. Математика II. ШҚМТУ, 2008
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. Т.1,2 М.:Наука, 2009г.
3. ЖҮТ Айдос Е.Ж. Жоғары математика. 1,2,3 бөлім Бастау, 2008
4. Сборник ИДЗ по высшей математике. Под редакцией Рябушко А.П., ч.1,2,3 Минск, «ВШ», 2002г.

13 - лекция. Бернулли теңдеуі және толық дифференциалды теңдеулер.

Дайындаған: Ақпараттық технологиялар және интеллектуалды жүйелер мектебінің аға оқытушысы Жаксыгунова Ж.Т.